

Esperimenti di fisica

Versione aggiornata il
20 novembre 2016

Istituto d'Istruzione Superiore Statale "Alberti"
Bormio (SO) Via Monte Confinale, 10
23032 Bormio (SO) - Tel 0342 90137

Contents

1	Meccanica e termodinamica	2
1.1	Misura di π	2
1.1.1	Scopo dell'esperienza	2
1.1.2	Descrizione dell'esperienza	2
1.1.3	Procedura sperimentale	4
1.1.4	Analisi dei dati	6
1.1.5	Simulazione Monte Carlo	10
1.2	Scheda dello studente	13
2	Elettromagnetismo	16
2.1	Misure di resistenze elettriche	16
2.2	Misure elettriche in circuiti a corrente continua	16
3	Misura di costanti fisiche	17
4	Fisica del nucleo	18
4.1	Misura della radioattività ambientale	18
5	Ottica	19
5.1	Misure di interferenza e diffrazione	19
5.1.1	Scopo dell'esperienza	19
5.1.2	Brevi richiami sui processi di diffrazione ed interferenza	19
5.1.2.1	Diffrazione	19
5.1.2.2	Diffrazione da una fenditura rettilinea indefinita	20
	References	21

Chapter 1

Meccanica e termodinamica

1.1 Misura di π

1.1.1 Scopo dell'esperienza

Determinare sperimentalmente il valore di π attraverso la misura della sequenza di un semplice evento.

L'esperienza consente di:

- Verificare le proprietà della probabilità (semplice e composta)¹
- Utilizzare le regole della propagazione degli errori

1.1.2 Descrizione dell'esperienza

L'evento che viene preso in considerazione è la caduta casuale di barrette (e.g. aghi, stuzzicadenti...) di lunghezza L su un piano su cui sono tracciate linee parallele a distanza costante d con $L < d$. Possono accadere i seguenti casi: la barretta incontra una delle linee oppure cade tra una linea e l'altra. Quale è la probabilità che la barretta interseca una delle linee?

Ogni orientazione della barretta e ogni posizione del suo centro sono due variabili indipendenti e equiprobabili; ϕ è l'angolo che permette di individuare l'orientazione della barretta rispetto alle rette disegnate e x la distanza del baricentro della barretta dalla retta più vicina. La condizione per cui la barretta interseca una retta è:

¹Nel 1777 George Louis Leclerc, conte di Buffon (1707-1788) propose il seguente esperimento che viene anche chiamato "esperimento dell'ago di Buffon". L'esperimento ha una notevole importanza poiché fu il primo esperimento in cui un problema probabilistico veniva risolto con considerazioni esclusivamente geometriche.

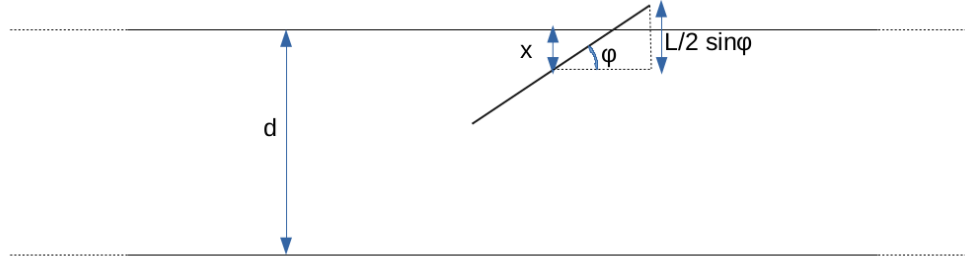


Figure 1.1: Linee parallele a distanza d . La barretta e' di lunghezza L tale che $L < d$ e nella figura interseca una linea parallela. La dimensione della barretta lungo la perpendicolare alle linee dipende dall'angolo ϕ e dalla dimensione della barretta e vale $\frac{L}{2} \sin \phi$.

$$x < \frac{L}{2} \sin \phi \quad (1.1)$$

Il problema e' risolto calcolando la probabilita':

$$P \left(x < \frac{L}{2} \sin \phi \right) \quad (1.2)$$

Utilizziamo un metodo geometrico, trasformando la definizione classica di probabilita', come rapporto tra il numero di casi favorevoli e il numero di quelli possibili, in un rapporto tra aree opportune. I limiti geometrici del problema sono:

$$0 < x < \frac{d}{2}, \quad 0 < \phi < \pi \quad (1.3)$$

Utilizzando un grafico $(\phi; x)$ si puo' individuare un rettangolo la cui area, pensata come insieme di punti (eventi), rappresenta la somma di tutte le possibili combinazioni tra l'orientazione dell'ago e la posizione del suo centro sul piano. Le combinazioni favorevoli, invece, saranno individuate dai punti le cui coordinate soddisfano la condizione data dall'equazione (1.2), ovvero tutti quei punti che si trovano nella regione di spazio colorata, definita dalla curva:

$$x = \frac{L}{2} \sin \phi \quad (1.4)$$

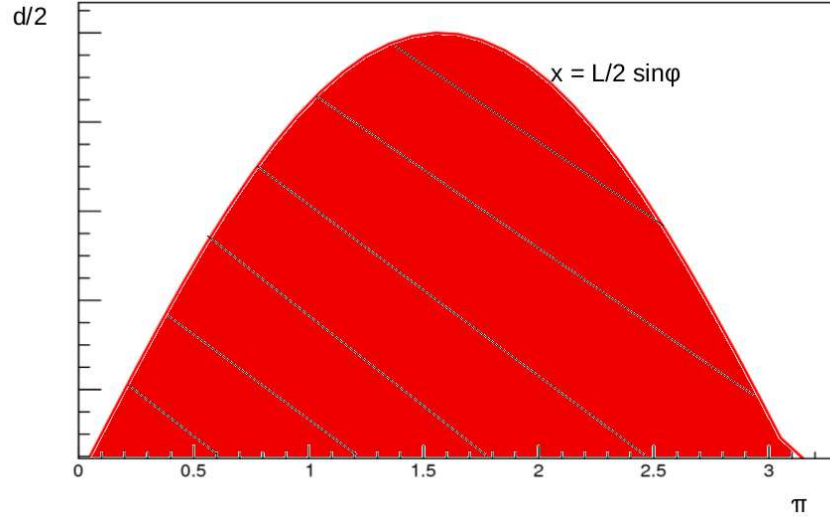


Figure 1.2: Ogni evento possibile e' rappresentato da un punto del grafico a cui corrisponde un valore della coordinata x e un valore dell'angolo ϕ . Se il punto si trova nella regione rossa allora viene chiamato evento favorevole.

$$P\left(x < \frac{L}{2} \sin\phi\right) = \frac{\text{casi favorevoli}}{\text{casi possibili}} = \frac{\text{area colorata}}{\text{area rettangolo}} \quad (1.5)$$

ovvero:

$$P\left(x < \frac{L}{2} \sin\phi\right) = \frac{\frac{L}{2} \int_0^\pi \sin\phi \, d\phi}{\pi \frac{d}{2}} \quad (1.6)$$

Svolgendo l'integrale definito si ottiene:

$$P = \frac{2L}{d\pi} \longrightarrow \pi = \frac{2L}{dP} \quad (1.7)$$

Risulta chiaro da quest'ultima relazione che conoscendo le dimensioni dell'apparato sperimentale e la probabilita' P , e' possibile calcolare una stima di π .

1.1.3 Procedura sperimentale

Gli strumenti a disposizione degli studenti sono:

- rotolo di filo sottile e nastro adesivo;
- righello e un calibro;
- una scatola di barrette (possono essere delle penne oppure dei comuni stuzzicadenti)

Gli studenti possono costruire l'apparato sperimentale su un ampio tavolo oppure sul pavimento di un corridoio della scuola come mostrato ad esempio in figura 1.3. Le barrette devono avere tutte la stessa misura e devono essere verificate ($L = 8,0 \pm 0,1\text{cm}$). La distanza tra due linee parallele deve essere fissata



Figure 1.3: Strisce di nastro adesivo posate sul pavimento.

a distanza ($d = 10,0 \pm 0,1\text{cm}$) e fissata al pavimento con l'aiuto del nastro adesivo. Le barrette devono essere lasciate cadere da un'altezza ragionevole in modo tale che, quando giungano a terra, avranno perso la "memoria" delle condizioni iniziali per cui la posizione del baricentro e la sua orientazione risulteranno del tutto casuali.

Lo sperimentatore, lasciando cadere una barretta alla volta, registra per ogni prova gli eventi favorevoli (intersezione della barretta con una linea) e ne farà il rapporto con il numero totale di lanci. La probabilità P di avere un evento favorevole è data da:

$$P = \frac{\text{casi favorevoli}}{\text{casi possibili}} \quad (1.8)$$

La durata dell'esperimento e' di circa 1-2 ore. E' possibile effettuare un migliaio di lanci per ogni esperimento ed avere una quantita' di dati sufficientemente elevata per disegnare l'andamento di π come funzione del numero progressivo dell'esperimento, facendo uso della relazione (1.7).

1.1.4 Analisi dei dati

Dalle misure effettuate, tenendo conto degli strumenti utilizzati nelle misure possiamo valutare la lunghezza degli stuzzicadenti con il relativo errore:

$$L = (6.5 \pm 0.2)cm \quad (1.9)$$

La misura su L e' molto precisa e l'incertezza e' definita dalle limitazioni dello strumento. Non necessita di una misura con il calibro avendo un errore assoluto del tutto accettabile:

$$\epsilon_L = 3\% \quad (1.10)$$

Le stesse considerazioni possono essere fatte per la distanza tra le righe. E' opportuno tenere conto delle caratteristiche delle righe come ad esempio il loro spessore. L'errore su questa misura e' dato principalmente dal fatto che la distanza d non e' costante lungo tutta la lunghezza delle righe. E' opportuno misurare questa distanza lungo tutto la lunghezza delle strisce e valutare le imprecisioni commesse nella posa del nastro adesivo. Si puo' ragionevolmente calcolare l'incertezza di d come differenza tra il valore massimo e il valore minimo misurato:

$$\delta d = d_{max} - d_{min} = (8.0 - 6.8)cm = 1.2cm \quad (1.11)$$

tenendo conto del valore medio la misura si esprime:

$$d = (7.5 \pm 1.2)cm \quad (1.12)$$

Il cui errore relativo risulta:

$$\epsilon_d = 16\% \quad (1.13)$$

Si procede quindi al lancio degli stuzzicadenti a gruppi di 50 unita'. Ogni lancio corrisponde a un esperimento. I numeri degli esperimenti sono quindi

numeri ricorsivi. Si contano quindi i casi favorevoli e la probabilita' come rapporto tra i casi favorevoli e i casi possibili. I dati ottenuti sono riportati nella tabella 1.1.

Sono stati effettuati venti esperimenti per un totale di 1000 lanci (20 lanci di 50 stuzzicadenti). La tabella 1.1 riporta le prime 10 misure.

Numero esperimento	Casi favorevoli N_f	$P = \frac{N_f}{N_{tot}}$
1	23	0.46
2	25	0.5
3	22	0.44
4	15	0.3
5	25	0.5
6	25	0.5
7	20	0.4
8	30	0.6
9	24	0.48
10	26	0.26

Table 1.1: La tabella riporta i dati relativi ai primi 10 esperimenti.

Per poter valutare l'errore statistico sul numero di lanci si e' pensato di riempire un istogramma (figura 1.4), nel quale si riportano sull'asse orizzontale i valori di P e sull'asse verticale la frequenza con la quale le probabilita' P vengono misurate.

Con buona approssimazione una curva Gaussiana approssima l'istogramma e la sua ampiezza definisce l'incertezza "puramente" statistica della probabilita' misurata:

$$P = 0.48 \pm 0.11 \quad (1.14)$$

Il cui errore relativo risulta non trascurabile:

$$\epsilon_P = 24\% \quad (1.15)$$

Usando le leggi di propagazione degli errori, l'errore relativo associato a una grandezza fisica che e' il risultato del prodotto, o del quoziente o di una combinazione di essi, fra due o piu' grandezze, ciascuna misurata con la propria

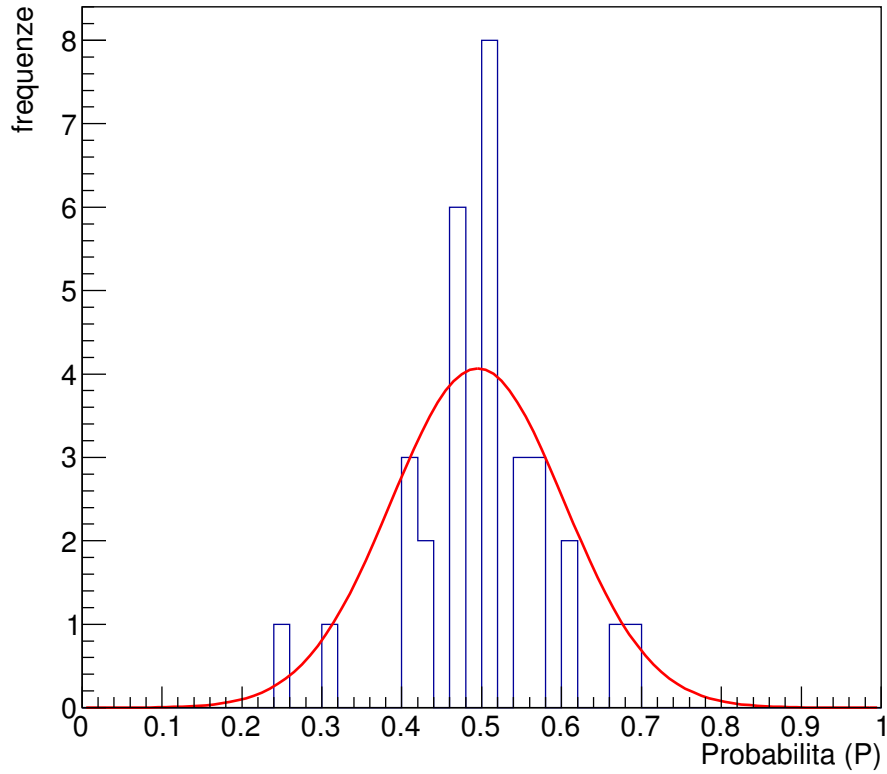


Figure 1.4: Istogramma della probabilità di eventi favorevoli misurati. La curva rossa è una gaussiana con valore medio 0.4974 e larghezza 0.108

incertezza, si ottiene sommando gli errori relativi delle singole grandezze:

$$\epsilon_{\frac{L}{dP}} = \epsilon_L + \epsilon_d + \epsilon_P = 3\% + 16\% + 24\% = 43\% \quad (1.16)$$

in termini di errori assoluti:

$$\frac{L}{dP} = 1.77 \pm 0.76 \quad (1.17)$$

Tenendo conto del fattore numerico 2 nella formula 1.7, l'incertezza sul valore di π diventa:

$$\pi = \frac{2L}{dP} = 3.54 \pm 1.52 \quad (1.18)$$

Con un errore relativo di circa $\epsilon_\pi = 43\%$.

Il grafico 1.5 mostra il valore di π "sperimentale" e l'errore ottenuto. La misura e' confrontata con il valore di π vero (teorico), evidenziato in rosso.

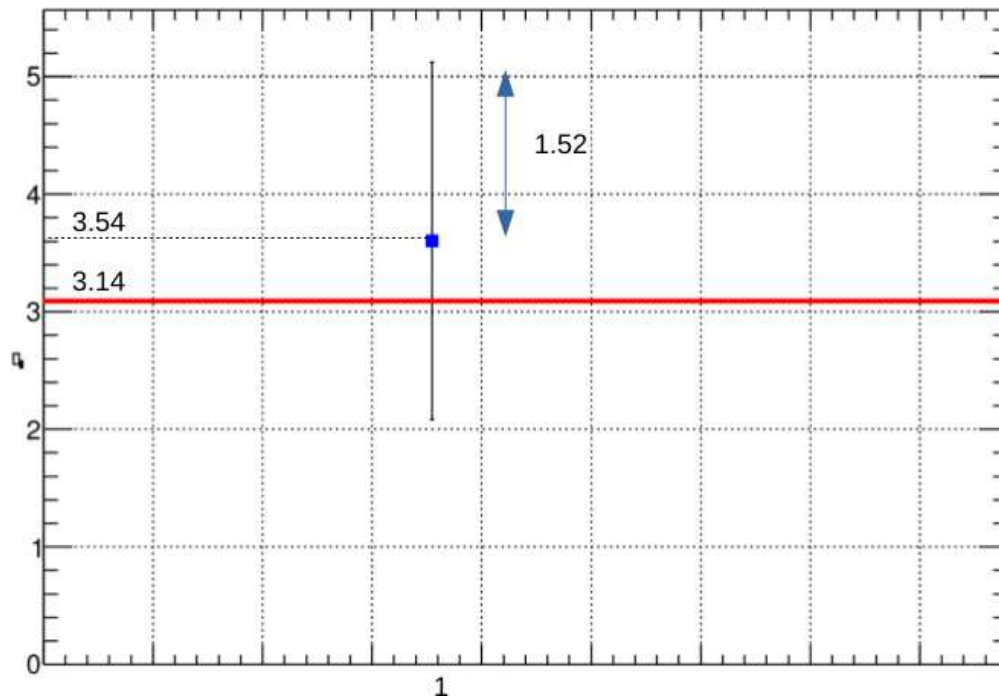


Figure 1.5: Il grafico mostra il valore di π misurato ed il suo errore. Questo valore e' stato misurato per un esperimento costituito da 1000 lanci. Il numero sull'asse orizzontale e' arbitrario. La linea rossa corrisponde al valore di π "vero", mentre il punto e' il valore sperimentale. La freccia verticale mette in evidenza l'incertezza sulla misura sperimentale. La misura e' confrontata con il valore di π vero (teorico) 3.14.

Come si puo' vedere dal grafico il valore di π teorico rientra nell'errore sperimentale. Il valore misurato risulta quindi accettabile, nonostante l'errore commesso nella misura sia piuttosto grande.

1.1.5 Simulazione Monte Carlo

Pierre Simone Laplace (1749-1827) propose una soluzione statistica gettando le basi per quello che oggi è noto come metodo Monte Carlo. Un esempio di risoluzione del problema usando un programma scritto in C++ è riportato qui di seguito. Esso si basa sui seguenti passi:

- generazione di sequenze di distanze x e angoli ϕ casuali per simulare la posizione e orientazione dell'ago;
- controllo che ogni coppia verifichi o meno la (1.1);
- conteggio degli eventi in cui la condizione (1.2) è soddisfatta, tenuto conto del numero di prove effettuate;
- calcolo di π tramite la (1.7).

Il codice è molto semplice e facilmente "leggibile" grazie ai commenti in colore verde a fianco delle righe del codice stesso:

Listing 1.1: Codice C++

```

1 #include "Riostream.h"
2 #include <stdio.h>      /* printf, scanf, puts, NULL */
3 #include <stdlib.h>    /* srand, rand */
4 #include <time.h>     /* time */
5
6 TString dir = gSystem->UnixPathName(__FILE__);
7
8 #define PI 3.14159265
9
10 void sim()
11 {
12     Double_t x, random; // x coordinate of needle's center
13     Double_t phi; // angle between vertical position and needle
14     Double_t l; // length of the needle
15     Double_t n; // amount of trials
16     Double_t p = 0; // positive trials
17     Double_t y; // sin(angle) * l
18     Double_t pi;
19     Int_t i, j; // loop counters
20
21     Float_t xnt, ynt, znt; // ntuple variable to do analysis
22     TNtuple ntuple("ntuple", "data from experiment", "xnt:ynt:znt");

```

```
23 auto f = TFile::Open("data.root","RECREATE"); // output file
24
25 // pseudo-random integral number in the range between
26 srand (time(NULL));
27
28 // set number of trials
29 n=1000;
30 l = 0.8; // needle dimension
31 d= 1.; // distance between parallel lines , do not change
32 nexp=1000; // number of experiment each of n trials
33
34 for (j=0; j<nexp ;j++) //nr exp each on n trials
35 {
36     y=0.; // initialize variables
37     x=0;
38     p=0.;
39     pi=0.;
40     for (i=0; i<n; i++)
41     {
42         /* generate random number between 0 and d/2:
43         Notice though that this modulo
44         operation does not generate uniformly
45         distributed random numbers in the span
46         (since in most cases this operation
47         makes lower numbers slightly more likely).*/
48         x = (rand() % 10 + 1)/20.;
49
50         /* generate random phi between 0 and 360: */
51         //phi = rand() % 359;
52         phi = rand() % 179;
53
54         /* Control output */
55         cout << "Random number: " << x << endl;
56         cout << "random angle phi: " << phi << endl;
57         cout << "sinnus phi: " << sin(phi*PI/180) << endl;
58
59         //distance between needle's center and the line
60         y = (l/2) * sin (phi*PI/180);
61         /* Count successful events */
62         if (x<=y) { p++; }
63     }
```

```

64     //compute pi
65     pi =2*(1*n)/(p);
66
67     ntuple.Fill(pi, j, phi); // fill ntuple
68     //ntuple.Write(); //write ntuple
69     /* Control output */
70     cout << "*****" << endl;
71     cout << "total number of events = "<< n << endl;
72     cout << "number of successful events = "<< p << endl;
73     cout << "number of experiments = "<< j << endl;
74     cout << "P = "<< p/n << endl;
75     cout << "pi greek calculated= "<< pi << endl;
76     cout << "*****" << endl;
77     }
78     ntuple.Write(); //write ntuple
79     f->Write(); //write file
80 }

```

I dati che vengono simulati dal codice Monte Carlo sono salvati in un file e possono essere analizzati in un secondo momento. Il codice produce un file nel quale sono scritte tre colonne: nella prima si trovano i valori di π che vengono calcolati in ogni esperimento, la seconda colonna contiene il numero progressivo di esperimenti (ogni esperimento e' costituito da 1000 lanci) e la terza colonna viene riempita con valore di ϕ per poterne controllare la distribuzione.

Il grafico (1.6) mostra i valori di π calcolati con il codice Monte Carlo. La curva rossa rappresenta un fit dei dati simulati e i parametri di questa curva gaussiana indicano valor medio e deviazione standard di π :

$$\pi = 3.52 \pm 0.12 \quad (1.19)$$

E' interessante osservare come il valore di π cosi' calcolato si avvicini molto al valore reale di π ma che non sia compatibile se confrontato tenendo conto l'errore ottenuto. Questo e' dovuto ai limiti della simulazione: l'errore relativo nella (1.19) e' piccolo, circa del 3.5%, questo e' dovuto al fatto che la statistica utilizzata nella simulazione e' molto alta per cui l'errore associato basso. Tuttavia nel modello mostrato ci sono dei limiti che introducono errori sistematici nel calcolo di π : ad esempio i numeri simulati sono pseudo-casuali e il codice tende a generare tendenzialmente eventi piu' sfavorevoli. Ad esempio: la distribuzione degli angoli generati ϕ e' piu' pronunciata attorno ad angoli di 80 gradi (anziche' essere uniforme), per cui vengono generati ϕ piu' piccoli rispetto il valore medio atteso (90 gradi). Questo induce a calcolare dei valori di P

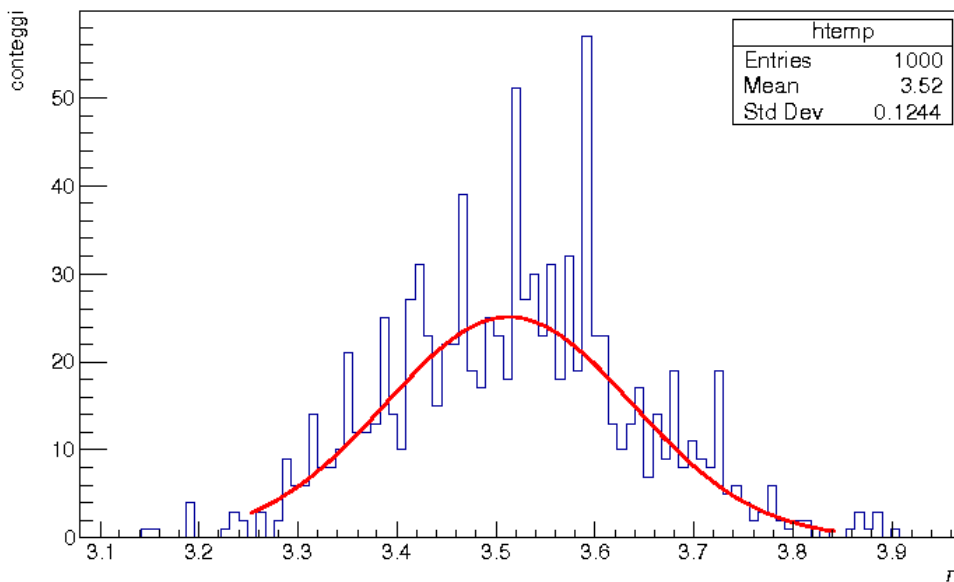


Figure 1.6: Distribuzione dei valori di π simulati per un totale di 1000 esperimenti, ognuno da 1000 lanci. La curva rossa rappresenta un fit dei dati dai cui parametri si estrae il valore medio di π e la sua deviazione standard. Il fit è fatto utilizzando una distribuzione Gaussiana (curva rossa).

minori rispetto a quelli che si otterrebbero se si utilizzasse una distribuzione angolare più realistica ovvero uniforme.

Il grafico (1.7) mostra i valori di π calcolati. Ogni punto del grafico corrisponde ad un valore di π calcolato in un esperimento per cui sono stati simulati 1000 lanci. La distribuzione è uniforme e si aggira attorno al valore medio mostrato nella relazione (1.19).

Per approfondire la tematica: esiste un simulatore grafico molto interessante on-line [1] che permette di simulare questo esperimento variando più parametri iniziali tra cui la lunghezza delle barrette, la forma etc...

1.2 Scheda dello studente

Questa scheda è una traccia delle misure e dei procedimenti che lo studente deve adottare per affrontare l'esperimento. I passi e le misure da eseguire sono le seguenti:

1. Applica il nastro adesivo (nastro di carta) su un ampio tavolo oppure

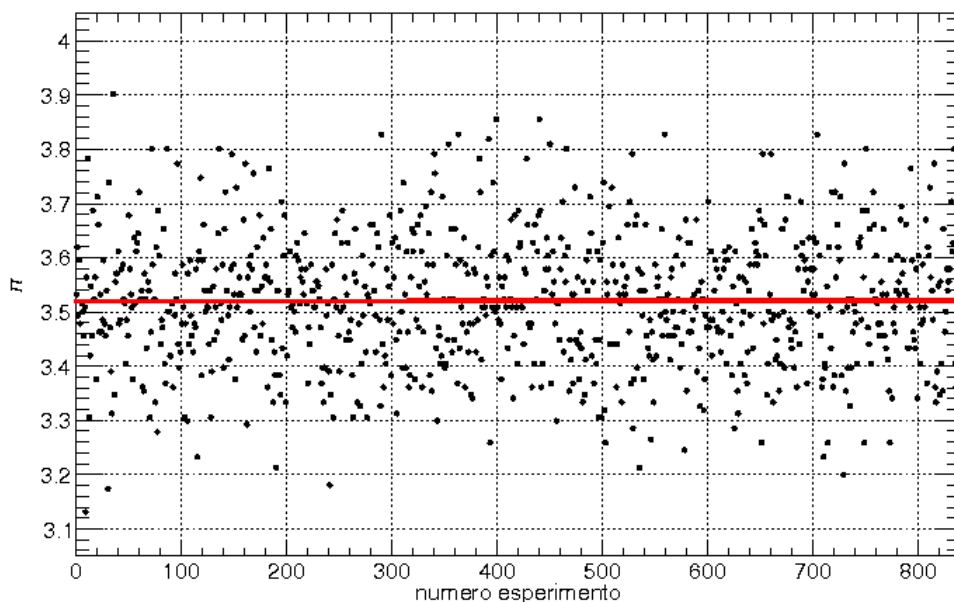


Figure 1.7: Valore di π simulati. La distribuzione e' uniforme e si aggira attorno alla linea rossa che rappresenta il valore medio di $\pi = 3.52$

direttamente sul pavimento in modo da formare delle strisce a una certa distanza d .

- Misura la distanza tra le strisce in piu' punti in modo tale da poter valutare l'incertezza della misura su d . Questo procedimento puo' essere fatto con un calibro oppure con un righello.
- Misura la lunghezza degli stuzzicadenti (almeno 10) e valutare opportunamente l'incertezza della misura.
- Completa dunque una tabella del tipo:
- Dalla tabella precedente fai una stima delle incertezze sulle misure:

$$L = \dots \pm \dots cm$$

$$d = \dots \pm \dots cm$$

- Procedi con il lancio degli stuzzicadenti avendo cura che i lanci siano casuali e indipendenti. Gli stuzzicadenti possono essere lanciati a gruppi di 50. Ogni lancio corrisponde a un esperimento.

L [cm]	d [cm]
..	...
.	.
.	.

Table 1.2

7. Conta quindi i casi favorevoli e calcola la probabilita' come rapporto tra i casi favorevoli e i casi possibili (50 nel caso del lancio simultaneo di 50 stuzzicadenti) e riempi una tabella del tipo:

Numero esperimento	Casi favorevoli N_f	$P = \frac{N_f}{N_{tot}}$
1
2	.	.
3	.	.

Table 1.3

8. Utilizzando la tabella precedente fai una stima delle incertezze sulla quantita' $P = \frac{N_f}{N_{tot}}$:

$$P = \dots \pm \dots$$

9. Combina le misure effettuate e utilizzando le leggi di propagazione degli errori sulle misure di d , L e P , calcola il valore di π e confrontalo con il valore noto.

$$\pi = \dots \pm \dots$$

Chapter 2

Elettromagnetismo

2.1 Misure di resistenze elettriche

2.2 Misure elettriche in circuiti a corrente continua

Chapter 3

Misura di costanti fisiche

Chapter 4

Fisica del nucleo

4.1 Misura della radioattività ambientale

Chapter 5

Ottica

5.1 Misure di interferenza e diffrazione

5.1.1 Scopo dell'esperienza

Determinare sperimentalmente il le principali caratteristiche dei processi di diffrazione ed interferenza (distribuzione tra le frange e distribuzione dell'intensita' luminosa) nei seguenti casi:

- singola fenditura rettilinea
- singola fenditura circolare
- doppia fenditura rettilinea (esperienza di Young)
- reticolo ??

5.1.2 Brevi richiami sui processi di diffrazione ed interferenza

5.1.2.1 Diffrazione

Il fenomeno di diffrazione si manifesta ogniqualvolta la luce (onda elettromagnetica) si propagai in presenza di diaframmi che ne limitano parzialmente il cammino. La luce, al di la' dei diaframmi si propaga anche in regioni dello spazio nelle quali l'approssimazione dell'ottica geometrica prevede oscurita' completa. L'immagine che si forma su uno schermo posto al di la' dei diaframmi presenta una struttura a frange luminose ed oscure che si alternano. I fenomeni di diffrazione vengono normalmente suddivisi in due classi in dipendenza delle condizioni sperimentali con cui vengono prodotte ed osservate le figure di diffrazione:

- la diffrazione di Fresnel si ha quando la sorgente e il piano di osservazione sono posti a distanza finita dal diaframma;
- la diffrazione di Fraunhofer comprende la classe di fenomeni nei quali la sorgente ed il piano di osservazione sono posti all'infinito.

Le figure di diffrazione di Fresnel e di Fraunhofer non differiscono tra loro, su puo' dire che dalle prime si transisce alle seconde quando si fa tendere all'infinito la sorgente ed il piano di osservazione.

5.1.2.2 Diffrazione da una fenditura rettilinea indefinita

Se un fascio di luce attraversa una fenditura di larghezza d avente dimensioni molto maggiori della lunghezza d'onda, prosegue indisturbato il suo cammino proiettando sullo schermo un'immagine uniformemente illuminata che riproduce fedelmente i contorni della fenditura. Se pero' la fenditura viene ridotta notevolmente ($d \ll \lambda$), l'immagine cambia drasticamente dando luogo sullo schermo, distante L , ad un'alternanza di zone luminose (di diversa luminosita' e di diversa larghezza) e di zone buie. (vedi fig.1)

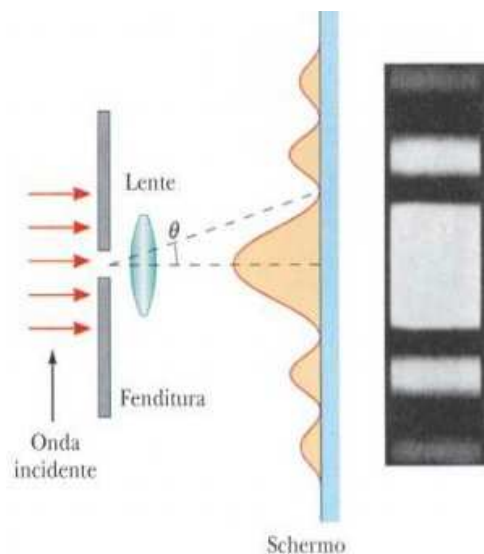


Figure 5.1: Diffrazione: distribuzione dell'intensità luminosa delle frange di diffrazione nel caso di singola fenditura rettilinea.

References

- [1] <http://mste.illinois.edu/activity/buffon/>